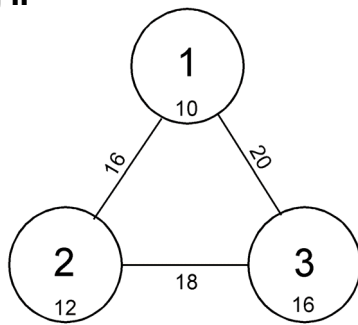


# Modelle in der Raumplanung II

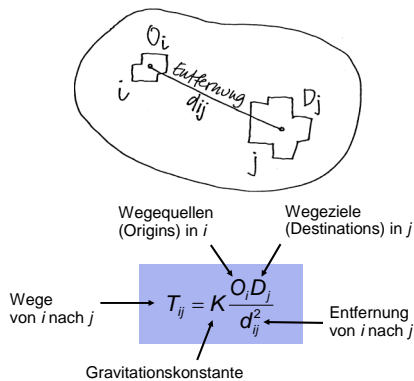
Klaus Spiekermann  
Michael Wegener

4  
Räumliche Interaktionsmodelle  
05. Mai 2009



Lehrveranstaltung "Modelle in der Raumplanung" Sommer 2009

## Das Gravitationsmodell (Ravenstein, 1885)



3

## Das Entropiemodell (Wilson, 1967; 1970)

Die wahrscheinlichste Verteilung der Wege ist

$$\max_{T_{ij}} \omega = \frac{T!}{\prod_i \prod_j T_{ij}!}$$

Das ist die Verteilung mit **maximaler Entropie**.

Die Verteilung mit maximaler Entropie ist die Verteilung, (*macro state*), die durch die **größte Zahl** möglicher Kombinationen von Einzelereignissen (*micro states*) erzeugt werden kann, unter der Annahme, dass alle *micro states* gleich wahrscheinlich sind.

5

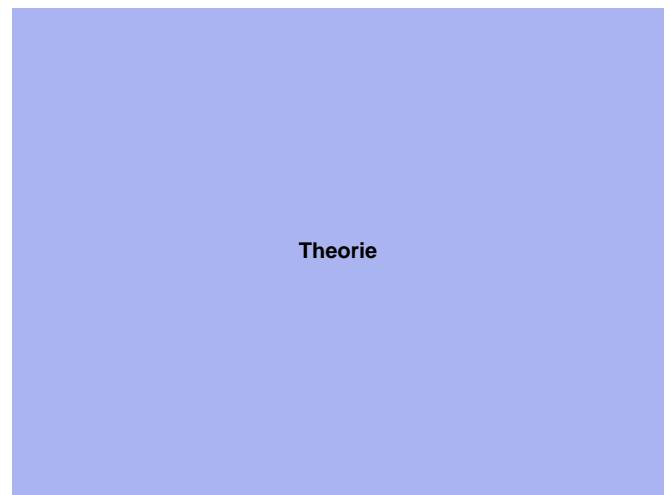
## Das Entropiemodell (Wilson, 1967; 1970)

Randbedingungen:

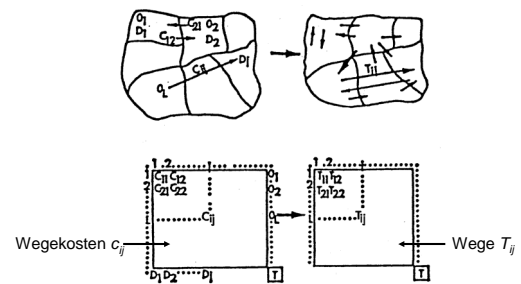
- (1) Zeilensummen = Quellverkehr:  $\sum_j T_{ij} = O_i$
- (2) Spaltensummen = Zielverkehr:  $\sum_i T_{ij} = D_j$
- (3) Wegekostenempfindlichkeit:  $\sum_i \sum_j T_{ij} c_{ij} = C$

Maximierung der Entropie (siehe Folie 5) unter Berücksichtigung aller (oder eines Teils der) Randbedingungen ergibt **vier unterschiedliche Fälle** räumlicher Interaktionsmodelle (Ableitung siehe Wilson, 1970, 4-5):

7



## Das Entropiemodell (Wilson, 1967; 1970)

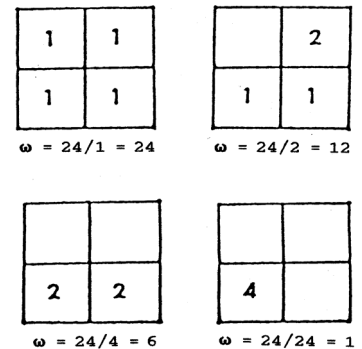


Welches ist die **wahrscheinlichste** Verteilung der Wege?

4

## Das Entropiemodell (Wilson, 1967; 1970)

Beispiel:  $T = 4$   
 $T! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$



6

## Das Entropiemodell (Wilson, 1967; 1970)

"A family of spatial interaction models"

Fall	Verkehrsflüsse	Quellverkehre	Zielverkehre	Modell
1	gesucht	gesucht	gesucht	unconstrained
2	gesucht	bekannt	gesucht	<b>production-constrained</b>
3	gesucht	gesucht	bekannt	<b>attraction-constrained</b>
4	gesucht	bekannt	bekannt	<b>doubly constrained</b>

8

**Das Entropiemodell (Wilson, 1967; 1970)**

**Fall 2:**

Die Zahl der von *i* ausgehenden Wege (Quellverkehr) ist bekannt: Das Modell ist **production-constrained**:

Wegequellen (Origins) in *i*    Attraktion von *j*    Wegekosten von *i* nach *j*

$$T_{ij} = A_i O_i W_j \exp(-\beta c_{ij})$$

Wege von *i* nach *j*

Ausgleichsfaktor  $\rightarrow A_i = 1 / \sum_j W_j \exp(-\beta c_{ij})$

Wahrscheinlichkeit eines Weges nach *j*  $\rightarrow p_{ij} = \frac{W_j \exp(-\beta c_{ij})}{\sum_j W_j \exp(-\beta c_{ij})}$

9

**Das Entropiemodell (Wilson, 1967; 1970)**

**Fall 4:**

Die Zahl der von *i* ausgehenden Wege (Quellverkehr) und die Zahl der in *j* ankommenden Wege (Zielverkehr) sind bekannt: Das Modell ist **doubly constrained**:

$$T_{ij} = A_i O_i B_j D_j \exp(-\beta c_{ij})$$

$$A_i = 1 / \sum_j B_j D_j \exp(-\beta c_{ij})$$

$$B_j = 1 / \sum_i A_i O_i \exp(-\beta c_{ij})$$

$$p_{ij} = \frac{A_i O_i B_j D_j \exp(-\beta c_{ij})}{\sum_i \sum_j A_i O_i B_j D_j \exp(-\beta c_{ij})}$$

11

**Das Logit-Modell (Domencich und McFadden, 1975)**

Die Wahrscheinlichkeit dass das **Entscheidungssubjekt *i*** **Entscheidungsalternative *j*** und **nicht *j'*** wählt, ist davon abhängig, ob der Nutzen von *j* größer ist als der von *j'*:

$$p_{j|i} = f(u_{ij} + \varepsilon_{ij} > u_{j'} + \varepsilon_{j'})$$

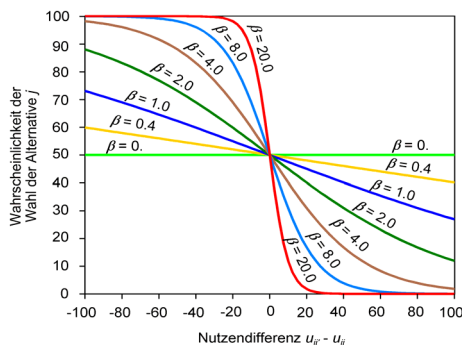
Dann werden zwei Annahmen getroffen:

- (1) Die stochastischen Nutzenanteile sind gleich verteilt und können daher unberücksichtigt bleiben.
- (2) Je größer die Differenz zwischen den Nutzen zweier Alternativen ist, desto größer ist die Wahrscheinlichkeit, dass die mit dem größeren Nutzen gewählt wird.

13

**Das Logit-Modell (Domencich und McFadden, 1975)**

Wirkung des Parameters  $\beta$  im Logit-Modell



15

**Das Entropiemodell (Wilson, 1967; 1970)**

**Fall 3:**

Die Zahl der in *j* ankommenden Wege (Zielverkehr) ist bekannt: Das Modell ist **attraction-constrained**:

Wegeziele (Destinations) in *j*    Größe von *i*    Wegekosten von *i* nach *j*

$$T_{ij} = B_j D_j W_i \exp(-\beta c_{ij})$$

Wege von *i* nach *j*

Ausgleichsfaktor  $\rightarrow B_j = 1 / \sum_i W_i \exp(-\beta c_{ij})$

Wahrscheinlichkeit eines Weges von *i* nach *j*  $\rightarrow p_{ij} = \frac{W_i \exp(-\beta c_{ij})}{\sum_i W_i \exp(-\beta c_{ij})}$

10

**Das Logit-Modell (Domencich und McFadden, 1975)**

Stochastischer Nutzen (random utility):

Deterministischer Nutzenteil    Stochastischer Nutzenteil

$$U_{ij}^* = u_{ij} + \varepsilon_{ij}$$

Gesamtnutzen  $\rightarrow U_{ij}^* = u_{ij} + \varepsilon_{ij}$

*i* = Entscheidungssubjekt  
*j* = Entscheidungsalternative

Deterministischer Teil des Nutzens:

$$u_{ij} = \sum_k a_k x_{ijk} = \mathbf{a}' \mathbf{x}_{ij}$$

siehe Nutzwertanalyse  
*k* = Nutzenmerkmal

12

**Das Logit-Modell (Domencich und McFadden, 1975)**

Hieraus ergibt sich das **binomiale Logit-Modell**:

$$\ln(p_{j|i} / p_{j'|i}) = \beta (u_{ij} - u_{ij'})$$

ergibt

$$p_{j|i} = \frac{1}{1 + \exp[\beta(u_{ij'} - u_{ij})]}$$

oder

$$p_{j|i} = \frac{\exp(\beta u_{ij})}{\exp(\beta u_{ij}) + \exp(\beta u_{ij'})}$$

Der Parameter  $\beta$  ist ein Maß für die Selektivität der Wahlentscheidung, zwischen Indifferenz ( $\beta = 0$ ) und "alles oder nichts" ( $\beta = \infty$ ).

14

**Das Logit-Modell (Domencich und McFadden, 1975)**

Bei mehr als zwei Alternativen ergibt sich das **Multinomiale Logit-Modell**:

Nutzen der Alternative *j*

$$p_{j|i} = \frac{\exp(\beta u_{ij})}{\sum_j \exp(\beta u_{ij})}$$

Wahrscheinlichkeit der Wahl der Alternative *j*

*i* = Entscheidungssubjekt  
*j* = Entscheidungsalternative

Das multinomiale Logit-Modell ist formal identisch mit dem **production-constrained** Entropiemodell (siehe Folie 9), ist jedoch entscheidungs- und verhaltenstheoretisch besser begründet (rationale Wahl unter Unsicherheit).

16

**Beispiel 1:  
Verkehrsverteilung  
Verkehrsmittelwahl**

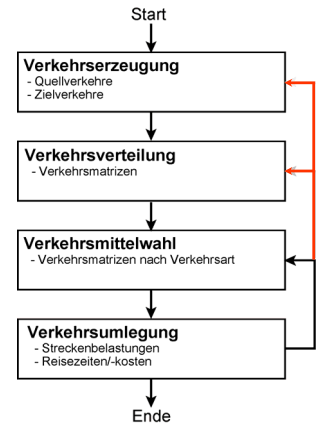
**Verkehrsverteilung**

Das **Vierstufenmodell der Verkehrsplanung** besteht aus den vier Stufen:

- **Verkehrserzeugung**
- **Verkehrsverteilung**
- **Verkehrsmittelwahl**
- **Verkehrsumlegung**

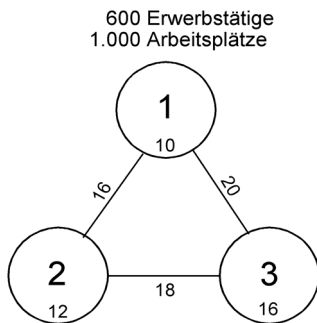
Die in der Verkehrsumlegung ermittelten Reisezeiten und -kosten können zur Revision der vorangegangenen Stufen des Modells führen.

Ziel: Gleichgewicht zwischen **Netzflüssen** und **Netzwideständen**.



18

**Verkehrsverteilung**



19

**Verkehrsverteilung**

Gegeben:

Erwerbstätige (Quellverkehr) $O_i$				
	1	2	3	$\Sigma$
$O_i$	600	700	1.000	2.300

Arbeitsplätze (Zielverkehr) $D_j$				
	1	2	3	$\Sigma$
$D_j$	1.000	800	500	2.300

20

**Verkehrsverteilung**

Gegeben:

Reisezeiten $c_{ij}$ (min)				
	1	2	3	
1	10	16	20	
2	16	12	18	
3	20	18	16	

Parameter  $\beta = 0.3$

21

**Verkehrsverteilung**

Gesucht:

Berufsverkehrsmatrix $T_{ij}$				
	1	2	3	$O_i$
1	?	?	?	600
2	?	?	?	700
3	?	?	?	1.000
$D_j$	1.000	800	500	2.300

22

**Verkehrsverteilung**

Modell:

Die Quell- und Zielverkehre sind bekannt. Also kann das **doubly constrained** räumliche Interaktionsmodell (siehe Folie 11) eingesetzt werden:

$$T_{ij} = A_i O_i B_j D_j \exp(-\beta c_{ij})$$

Ausgleichsfaktoren:

$$A_i = 1 / \sum_j B_j D_j \exp(-\beta c_{ij})$$

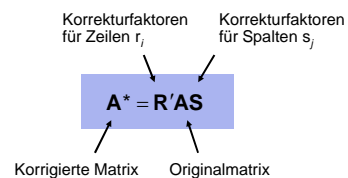
$$B_j = 1 / \sum_i A_i O_i \exp(-\beta c_{ij})$$

23

**Verkehrsverteilung**

Lösung mit der RAS-Methode (siehe Input-Output-Analyse im Wintersemester):

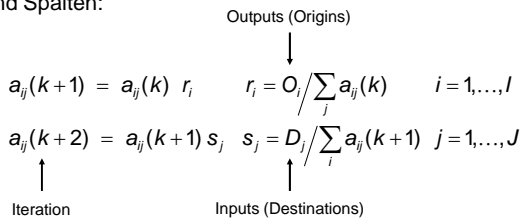
Die RAS-Methode verändert die Elemente einer Matrix so, dass (a) die Zeilen- und Spaltensummen mit gegebenen Randvektoren übereinstimmen und (b) die Abweichungen von den Ausgangswerten minimal sind:



24

### Verkehrsverteilung

Der RAS-Algorithmus modifiziert abwechselnd die Zeilen und Spalten:



Die RAS-Methode ist auch als *Iterative Proportional Fitting* und in der Verkehrsplanung als *Fratat-Methode* bekannt.

25

### Verkehrsverteilung

3. Iteration:

	1	2	3	Σ	O <sub>i</sub>	A <sub>j</sub>
1	552	61	14	627	<b>600</b>	0,017
2	190	423	52	665	<b>700</b>	0,031
3	258	316	434	1.008	<b>1.000</b>	0,098
Σ	1.000	800	500	2.300	<b>2.300</b>	
D <sub>j</sub>	<b>1.000</b>	<b>800</b>	<b>500</b>	<b>2.300</b>		
B <sub>j</sub>	1,064	0,893	1,075			

27

### Verkehrsverteilung

Veränderung der Eingabedaten: **Beschleunigung** einer Verbindung zwischen Innenstadt und Vorort

Reisezeiten c<sub>ij</sub> (min)

	1	2	3
1	10	16	<b>10</b>
2	16	12	18
3	<b>10</b>	18	16

Ergebnis:

Mehr Erwerbstätige ziehen weg von ihrem Arbeitsplatz oder wählen einen entfernteren Arbeitsplatz.

29

### Verkehrsverteilung

Veränderung der Eingabedaten: **Verlangsamung** aller Verbindungen zwischen den Zonen

Reisezeiten c<sub>ij</sub> (min)

	1	2	3
1	10	<b>24</b>	<b>30</b>
2	<b>24</b>	12	<b>27</b>
3	<b>30</b>	<b>27</b>	16

Ergebnis:

Mehr Erwerbstätige ziehen in die Nähe ihres Arbeitsplatzes oder suchen einen näheren Arbeitsplatz.

31

### Verkehrsverteilung

1. Iteration:

	1	2	3	Σ	O <sub>i</sub>	A <sub>j</sub>
1	29.872	3.950	744	34.566	<b>600</b>	1,000
2	5.761	15.301	1.581	22.643	<b>700</b>	1,000
3	2.479	3.613	4.115	10.207	<b>1.000</b>	1,000
Σ	38.112	22.865	6.439	67.416	<b>2.300</b>	
D <sub>j</sub>	<b>1.000</b>	<b>800</b>	<b>500</b>	<b>2.300</b>		
B <sub>j</sub>	1,000	1,000	1,000			

26

### Verkehrsverteilung

Ergebnis (10. Iteration):

	1	2	3	Σ	O <sub>i</sub>	A <sub>j</sub>
1	531	56	13	600	<b>600</b>	0,016
2	206	438	56	700	<b>700</b>	0,033
3	263	306	431	1.000	<b>1.000</b>	0,097
Σ	1.000	800	500	2.300	<b>2.300</b>	
D <sub>j</sub>	<b>1.000</b>	<b>800</b>	<b>500</b>	<b>2.300</b>		
B <sub>j</sub>	1,088	0,870	1,076			

28

### Verkehrsverteilung

Ergebnis (17. Iteration) bei **Beschleunigung**:

	1	2	3	Σ	O <sub>i</sub>	A <sub>j</sub>
1	<b>223</b>	<b>84</b>	<b>293</b>	600	<b>600</b>	0,012
2	<b>75</b>	<b>571</b>	<b>54</b>	700	<b>700</b>	0,022
3	<b>702</b>	<b>145</b>	<b>153</b>	1.000	<b>1.000</b>	0,023
Σ	1.000	800	500	2.300	<b>2.300</b>	
D <sub>j</sub>	<b>1.000</b>	<b>800</b>	<b>500</b>	<b>2.300</b>		
B <sub>j</sub>	0,606	1,728	1,594			

Entfernung: +11,5 %, Reisezeit: -18,1 %

30

### Verkehrsverteilung

Ergebnis (27. Iteration) bei **Verlangsamung**:

	1	2	3	Σ	O <sub>i</sub>	A <sub>j</sub>
1	<b>598</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	600	<b>600</b>	0,005
2	<b>77</b>	<b>622</b>	<b>1</b>	700	<b>700</b>	0,040
3	<b>325</b>	<b>176</b>	<b>499</b>	1.000	<b>1.000</b>	0,716
Σ	1.000	800	500	2.300	<b>2.300</b>	
D <sub>j</sub>	<b>1.000</b>	<b>800</b>	<b>500</b>	<b>2.300</b>		
B <sub>j</sub>	3,675	1,013	0,169			

Entfernung: -3.9 %, Reisezeit: +12,4 %

32

### Verkehrsmittelwahl

Das Modell der Verkehrsmittelwahl (Modal Split) ist ein multinomiales Logit-Modell (siehe Folie 16):

Wahrscheinlichkeit der Wahl des Verkehrsmittels  $m$  auf dem Weg von  $i$  nach  $j$

$$p_{ijm} = \frac{\exp(-\lambda c_{ijm})}{\sum_m \exp(-\lambda c_{ijm})}$$

Wegekosten mit Verkehrsmittel  $m$  zwischen  $i$  und  $j$

Die Wahrscheinlichkeit der Wahl des Verkehrsmittels  $m$  ist eine Funktion der (generalisierten) Wegekosten der verfügbaren Alternativen.

33

### Verkehrsverteilung und Verkehrsmittelwahl

Verkehrsverteilung und Verkehrsmittelwahl werden in der Regel zusammen ausgeführt.

Hierzu werden die **Wegekosten**  $c_{ij}$  in den Verkehrsverteilungsgleichungen der Folien 9 bis 11 durch den mit der Verkehrsmittelwahl gewichteten logarithmischen **"Mittelwert"**  $\bar{c}_{ij}$  ersetzt (Williams, 1977):

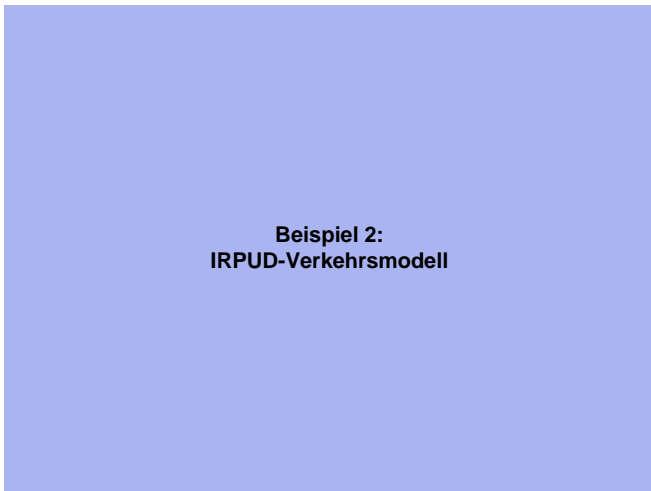
"Mittlere" Wegekosten von  $i$  nach  $j$

$$\bar{c}_{ij} = -\frac{1}{\lambda} \ln \sum_m \exp(-\lambda c_{ijm})$$

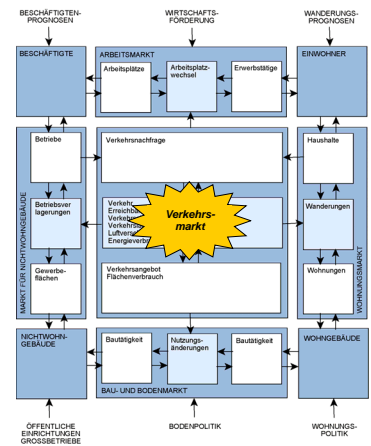
Wegekosten mit Verkehrsmittel  $m$  zwischen  $i$  und  $j$

(vgl. 5. Vorlesung Wintersemester, Folie 23)

34

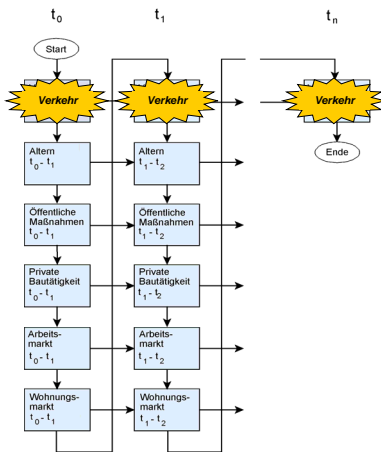


### IRPUD-Modell Überblick



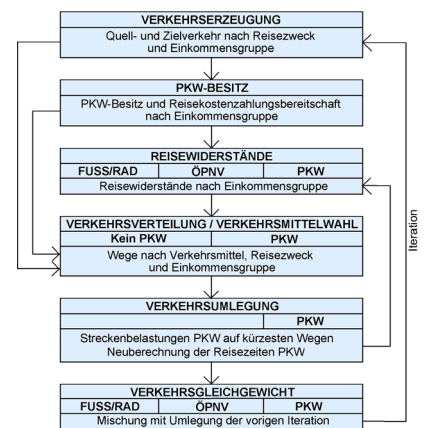
36

### IRPUD-Modell Ablauf



37

### IRPUD-Modell Verkehrsmodell



38

### IRPUD-Verkehrsmodell

Das Verkehrsmodell des IRPUD-Modells durchläuft in jeder Simulationsperiode **sechs** Simulationsschritte:

- (1) **Verkehrserzeugung**
- (2) **Pkw-Besitz**
- (3) **Reisewiderstände** (generalisierte Kosten)
- (4) **Verkehrsverteilung / Verkehrsmittelwahl**
- (5) **Verkehrsumlegung**
- (6) **Verkehrsgleichgewicht**

Die sechs Schritte werden solange iteriert, bis ein **nutzer-optimales Gleichgewicht** zwischen Verkehrsangebot und Verkehrsnachfrage erreicht ist.

39

### IRPUD-Verkehrsmodell

Das Verkehrsmodell des IRPUD-Modells simuliert Verkehr in der morgendlichen Spitzenstunde für

- vier **Haushaltstypen** (Einkommensgruppen)
  - vier **Wegezwecke** (Beruf, Einkauf, Besuch, Ausbildung)
  - drei **Verkehrsarten** (Fuß/Rad, ÖPNV, Pkw):
- zwischen und innerhalb von 246 **internen Zonen** und mit 54 **externen Zonen** in einem **multimodalen historischen** Verkehrsnetz im östlichen Ruhrgebiet mit
- 13.000 Strecken (4.500 Knoten) im **Straßennetz**
  - 8.400 Strecken (848 Linien) im **ÖPNV-Netz**.

40

## IRPUD-Verkehrsmodell

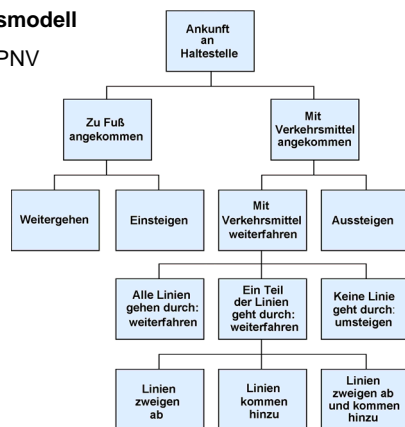
Die verwendeten räumlichen Interaktionsmodelle

Wege-zweck	Quellen	Ziele	Modell
Beruf	Erwerbs-tätige	Arbeits-plätze	<b>doubly constrained</b>
Einkauf	Haushalte	Läden	<b>production-constrained</b>
Besuch	Haushalte	Haushalte	<b>production-constrained</b>
Ausbildung	Schüler	Schulen	<b>doubly constrained</b>

41

## IRPUD-Verkehrsmodell

Umsteigen im ÖPNV



43

## IRPUD-Verkehrsmodell

Das Verkehrsmodell des IRPUD-Modells unterscheidet sich von anderen Verkehrsnachfragemodellen dadurch, dass es

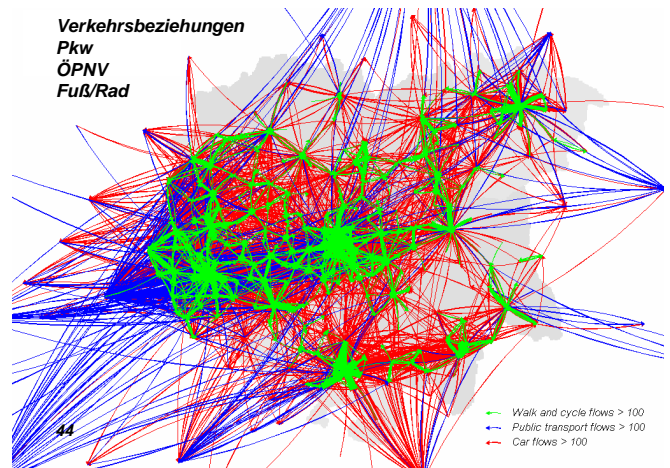
- die **Verkehrsbudgets** von Haushalten als Funktion von Einkommen, Wohnlage und ÖPNV-Angebot modelliert,
- die **Zahl der Wege** je Haushalt als Funktion von Verkehrsbudget, Pkw-Besitz und ÖPNV-Angebot modelliert,
- den **Pkw-Besitz** der Haushalte als Funktion von Verkehrsbudget und ÖPNV-Angebot modelliert

Hierdurch ist das Modell in der Lage, die Auswirkungen von **Energiepreiserhöhungen** zu prognostizieren.

42

## Verkehrsbeziehungen

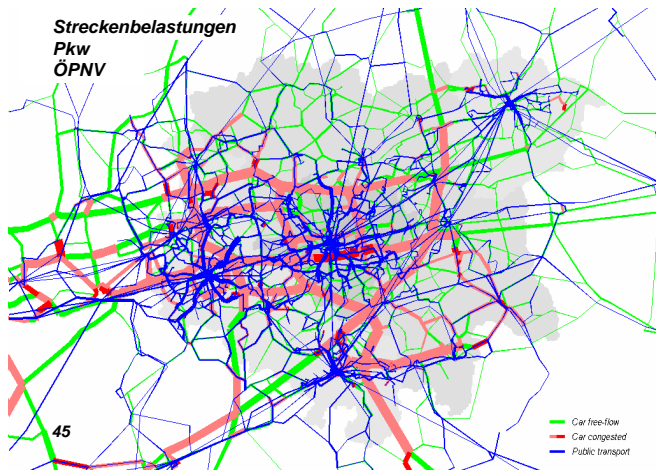
Pkw  
ÖPNV  
Fuß/Rad



44

## Streckenbelastungen

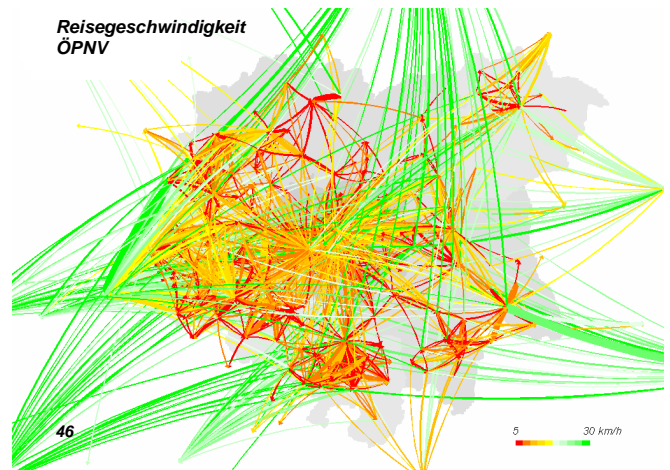
Pkw  
ÖPNV



45

## Reisegeschwindigkeit

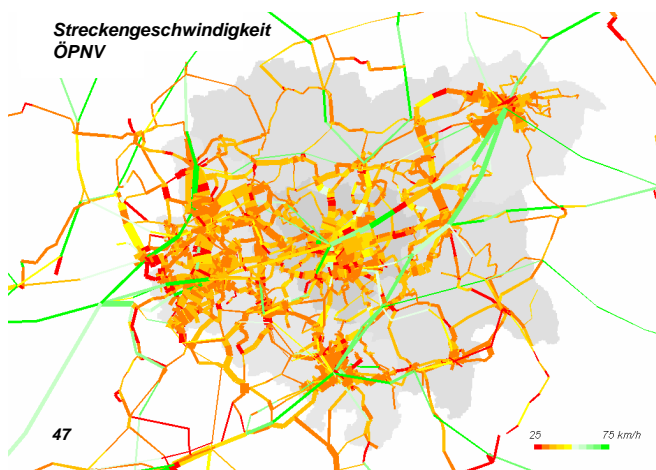
ÖPNV



46

## Streckengeschwindigkeit

ÖPNV



47

## Weitere Informationen

- Wilson, A.G. (1970): *Entropy in Urban and Regional Modelling*. London: Pion (BR).
- Wilson, A.G. (1974): *Urban and Regional Models in Geography and Planning*. London: Wiley (BR).
- Domencich, F.A., McFadden, D. (1975): *Urban Travel Demand*. Amsterdam: North Holland (BR).
- Williams, H.C.W.L. (1977): On the formation of travel demand models and economic evaluation measures of user benefit. *Environment and Planning A* 9, 285-344 (BR).
- Ortúzar, S. de D., Willumsen, L.G. (2001): *Modelling Transport*. 3. Aufl. Chichester: John Wiley & Sons (2. Aufl. BR).
- Wegener, M. (1998): *Das IRPUD-Modell: Überblick*. Dortmund: Institut für Raumplanung, Universität Dortmund. <http://www.raumplanung.uni-dortmund.de/irpud/pro/mod/trans/trans.htm>.

48